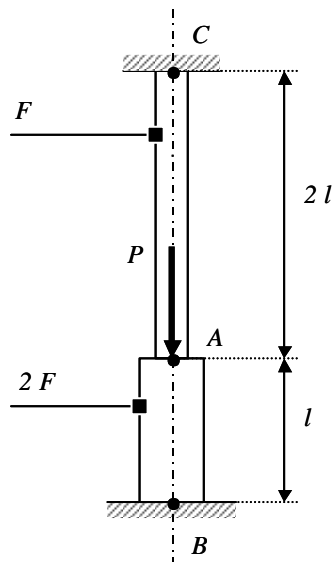


Ejercicio N° 6- Enunciado

Dado el sistema vinculado que se observa en la figura 6.1, el cual será construido de barras cilíndricas de acero, y cuyos datos se indican en la tabla 6.1:



F : Área de la sección transversal en el tramo AC
 $2F$: Área de la sección transversal en el tramo AB

Figura 6.1

P	σ_{adm}
kN	kN/cm^2
87.5	14

Tabla 6.1

Se solicita lo siguiente:

1. Realizar el análisis cinemático
2. Trazar el diagrama del cuerpo libre
3. Determinar las reacciones de vínculo externo
4. Trazar los diagramas de esfuerzos normales
5. Dimensionar los tramos AB y AC

Ejercicio N° 6- Resolución

1. Análisis cinemático

Se realiza para determinar la posibilidad de movimiento del cuerpo. Por tratarse de un sistema plano, el mismo tiene 3 grados de libertad. Para asegurar su inmovilidad habría que aplicarle 3 condiciones de vínculo externo. El presente sistema se encuentra doblemente empotrado (tiene 6 condiciones de vínculo). En definitiva, siendo el número de condiciones de vínculo impuestos mayor que sus grados de libertad, el sistema es cinemáticamente sobredeterminado y, consecuentemente, estáticamente indeterminado.

La diferencia entre las condiciones de vínculo reales (ν_R) y las necesarias (ν_N) es el grado de hiperestaticidad (gh):

$$gh = \nu_R - \nu_N = 6 - 3 = 3$$

El sistema es hiperestático de tercer grado.

2. Diagrama de cuerpo libre

Se quitan los vínculos y se colocan sus respectivas reacciones, como se ilustra en la figura 6.2

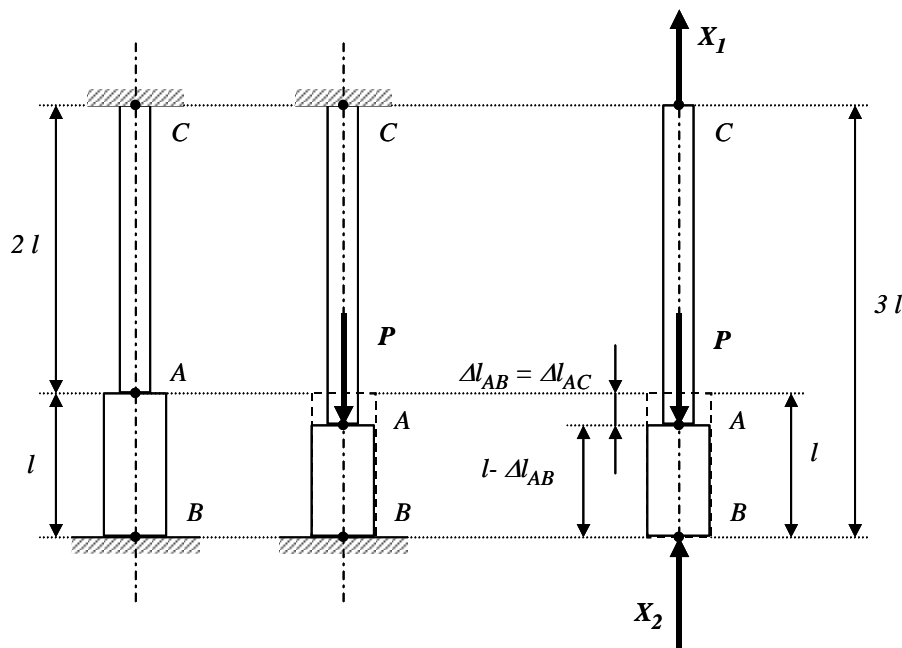


Figura 6.2

X_1 y X_2 son las reacciones que el vínculo ejerce sobre el cuerpo. Surgen del principio de acción y reacción.

3. Cálculo de las reacciones de vínculo

Se plantea la ecuación de equilibrio del sistema de fuerzas actuantes, sobre la dirección del eje de la barra:

$$-X_1 - X_2 + P = 0 \quad (1)$$

La ecuación de invariabilidad geométrica será:

$$\Delta l_{AC} - \Delta l_{AB} = 0 \quad (2)$$

Es decir, cada tramo de la barra se deforma, pero la deformación total es nula, debido a que los empotramientos no permiten que el largo de la misma varíe. Siendo:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}$$

En consecuencia,

$$\Delta l_{AC} = \frac{X_1 \cdot l_{AC}}{E \cdot F_{AC}} = \frac{X_1 \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F} \quad (3)$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{X_2 \cdot l_{AB}}{E \cdot F_{AB}} = \frac{X_2 \cdot l}{E \cdot 2 \cdot F} \quad (4)$$

Reemplazando (3) y (4) en (2):

$$\frac{2 \cdot X_1 \cdot l}{E \cdot F} = \frac{X_2 \cdot l}{2 \cdot E \cdot F}$$

$$2 \cdot X_1 - \frac{X_2}{2} = 0$$

Es decir, $X_2 = 4 \cdot X_1$

Reemplazando (5) en (1),

$$-X_1 - 4 \cdot X_1 + P = 0$$

$$X_1 = \frac{P}{5}$$

$$X_2 = \frac{4}{5} \cdot P$$

4. Diagrama de esfuerzos normales

En la figura 6.3 se muestra el diagrama de esfuerzos normales.

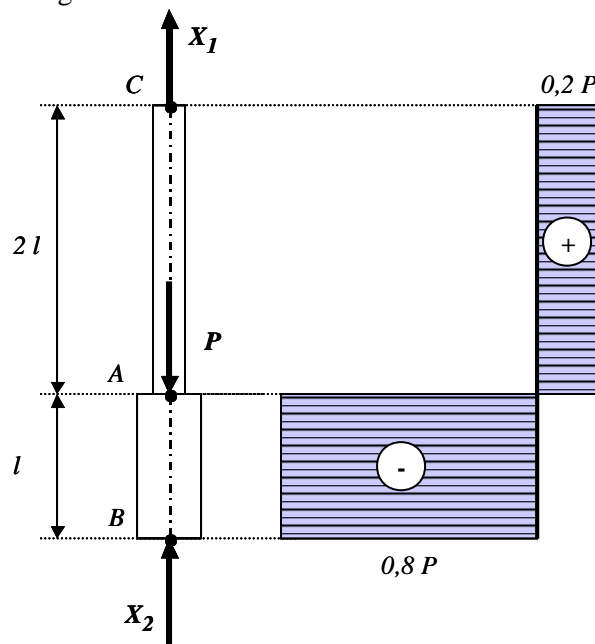


Figura 6.3

5. Dimensionamiento

Debe cumplirse que:

$$\sigma_{m\acute{a}x} \leq \sigma_{adm}$$

Siendo

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{N}{F}$$

En consecuencia

$$F \geq \frac{N}{\sigma_{adm}}$$

Para el tramo AB:

$$F_{AB} \geq \frac{0,80 \cdot P}{2 \cdot \sigma_{adm}} = \frac{0,80 \cdot 87,5}{2 \cdot 14}$$

Se adopta:

$$F_{AB} = 2,50 \cdot cm^2$$

El diámetro correspondiente es:

$$D_{AB} = \sqrt{\frac{4 \cdot F_{AB}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2,50}{\pi}}$$
$$D_{AB} = 1,784 \cdot cm$$

Para el tramo AC:

$$F_{AC} \geq \frac{0,20 \cdot P}{\sigma_{adm}} = \frac{0,20 \cdot 87,5}{14}$$

Se adopta:

$$F_{AC} = 1,25 \cdot cm^2$$

El diámetro correspondiente es:

$$D_{AC} = \sqrt{\frac{4 \cdot F_{AC}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,25}{\pi}}$$
$$D_{AC} = 1,262 \cdot cm$$

NOTA: Los resultados obtenidos resultan válidos sólo si se cumplen todas las hipótesis planteadas
